Jahres-Bericht

der

Realschule zu Graudenz

für das Jahr 1863,

erstattet

von

G. B. Jacobi,
Director der Realschule.

Voran: Eine mathematische Abhandlung von dem Lehrer R. Krusemarck.

Graudenz, 1863.

Druck von Gustav Röthe.

Jahres-Bericht

der

Realschule zu Graudenz

für das Jahr 1863,

erstattet

von

G. B. Jacobi,
Director der Realschule.

Voran: Eine mathematische Abhandlung von dem Lehrer R. Krusemarck.

Graudenz, 1863.

Druck von Gustav Röthe.

Integration
einer Klasse von Differentialgleichungen zweiter Ordnung.

Unter den Beispielen merkwürdiger Integrationen führt Moigno in seinen „Vorlesungen über Integralrechnung" §. 263. die von Liouville behandelte Differentialgleichung:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \varphi(y)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \psi(x)\frac{dy}{dx} = 0$$

an. Die Integration geschieht dadurch, dass man zuerst eine der beiden Functionen $\varphi(y)$, $\psi(x)$ gleich Null setzt, darauf eine erste Integration ausführt und die in dem Integrale enthaltene willkürliche Constante als eine Function, im ersten Falle von x, im zweiten von y so bestimmt, dass dasselbe Integral auch der gegebenen Differentialgleichung genügt. Die zweite Integration lässt sich nachher ohne Mühe bewerkstelligen, da die Veränderlichen getrennt erscheinen. Gegenstand der nachfolgenden Abhandlung ist die Integration der Differentialgleichungen von folgender allgemeineren Form:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + u\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + v\frac{dy}{dx} + w = 0, \tag{1}$$

wobei u, v, w Functionen von x, y bezeichnen, welche gewissen später zu erörternden Bedingungen genügen müssen, wenn eine allgemeine Integration der gegebenen Differentialgleichung überhaupt möglich sein soll. Das Integral der Liouville'schen Differentialgleichung, welche in der oben angeführten augenscheinlich als specieller Fall enthalten ist, wird sich dann auch durch das Verfahren ergeben, dessen ich mich im Folgenden bediene.

§. 1. Setzt man:

$$y = f(z), \tag{2}$$

wo z eine Function von x und f eine willkürliche Function von z bezeichne, so wird:

$$\frac{dy}{dx} = f'(z)\frac{dz}{dx};\quad \frac{d^2y}{dx^2} = f'(z)\frac{d^2z}{dx^2} + f''(z)\left(\frac{dz}{dx}\right)^2.$$

Die Einführung dieser Werthe in die gegebene Differentialgleichung giebt:

$$f'(z)\frac{d^2z}{dx^2} + \left[f''(z) + uf'^2(z)\right]\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + vf'(z)\frac{dz}{dx} + w = 0.$$

Die Function f lässt sich nun so bestimmen, dass der Coefficient des Quadrats der ersten Derivirten verschwindet. Man braucht zu diesem Zwecke nur einfach:

(3) $$f''(z) + u f'^2(z) = 0$$

zu setzen, wodurch sich die Differentialgleichung auf:

(4) $$\frac{d^2z}{dx^2} + v\frac{dz}{dx} + \frac{w}{f'(z)} = 0$$

reducirt.

Wenn die Veränderliche x in der Function u nicht *explicite* vorkommt, so kann man die Integration der Differentialgleichung (3) wirklich ausführen. Denn aus (2) folgt durch Differentiation nach z:

$$\frac{dy}{dz} = f'(z),$$

mithin:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{1}{f'(z)}.$$

Eine zweite Differentiation nach z giebt:

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{dz}{dy}\right) = \frac{d^2z}{dy^2}\frac{dy}{dz} = -\frac{f''(z)}{f'^2(z)},$$

folglich:

$$f''(z) + f'^2(z)\frac{dy}{dz}\frac{d^2z}{dy^2} = 0.$$

Aus dieser Gleichung und (3) folgt durch Elimination von $f''(z)$:

$$\frac{d^2z}{dy^2} : \frac{dz}{dy} = u,$$

woraus man durch Integration erhält:

$$\log\left(\frac{dz}{dy}\right) = \int u\,dy + Const.$$

also:

(5) $$\frac{dz}{dy} = A \,.\, e^{\int u\,dy}.$$

Das Integral $\int u\,dy$ ist immer eine bekannte Function von y, wenn, wie oben angenommen wurde, u nur von y abhängt. Man erhält daher durch eine zweite Integration:

(6) $$z = A\int e^{\int u\,dy}\,dy + B,$$

wobei A und B willkürliche Constanten bezeichnen.

Durch die Gleichung (6) wird z als Function von y, mithin auch umgekehrt y als Function von z völlig bestimmt, und die Derivirte $f'(z)$ ist dadurch ebenfalls als Function von z gegeben. Die Differentialgleichung (4) nimmt dadurch folgende Form an:

(7) $$\frac{d^2z}{dx^2} + \varphi(x, z)\frac{dz}{dx} + \psi(x, z) = 0.$$

Hat man aus dieser Gleichung z als Function von x bestimmt, so erhält man aus (6) die zwischen x und y bestehende Relation, welche durch die gegebene Differentialgleichung definirt wird.

§. 2. Als erstes Beispiel betrachten wir die Differentialgleichung:

(a) $$\frac{d^2y}{dx^2} + a\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2b\frac{dy}{dx} + c = 0,$$

wo a, b, c constant seien. Die Gleichung (b) giebt in diesem Falle:

(b) $$z = \frac{A}{a} e^{ay} + B,$$

und die Differentialgleichung (7) wird:

$$\frac{d^2z}{dx^2} + 2b\frac{dz}{dx} + acz = acB;$$

dieselbe ist lineär mit constanten Coefficienten, also integrabel.

Ist zweitens die Differentialgleichung:

(c) $$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{y}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2b\frac{dy}{dx} + \frac{ac}{2}y = 0$$

gegeben, wo a, b, c constant sind, so wird:

$$z = \frac{1}{2}Ay^2 + B$$

und die Gleichung (7) nimmt wieder eine lineäre Form an.

§. 3. Als drittes Beispiel betrachten wir die Liouville'sche Differentialgleichung:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \varphi(y)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \psi(x)\frac{dy}{dx} = 0.$$

Dieselbe wird aus (1) erhalten, wenn man darin $w = o$ setzt und u als Function von y allein, v als Function von x allein voraussetzt. Die Gleichung (6) liefert in diesem Falle, ganz wie oben, den Werth von z als Function von y, und die Gleichung (4) wird:

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \psi(x)\frac{dz}{dx} = 0,$$

giebt also durch Integration:

$$log\left(\frac{dz}{dx}\right) = -\int\psi(x)\,dx + Const.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{dz}{dx} = A' . e^{-\int\psi(x)\,dx}$$

mithin nach der zweiten Integration:

$$z = A'\int e^{-\int\psi(x)\,dx}\,dx + B'.$$

Aus dieser Gleichung und aus (6) ergiebt sich durch Elimination von z:

$$\int e^{\int\varphi(y)\,dy}\,dy = H\int e^{-\int\psi(x)\,dx}\,dx + K,$$

wo H, K willkürliche Constanten sind.

§. 4. In dem Falle, wo $u = \varphi(x)$, $v = \psi(x)$ ist und w eine von folgenden beiden Formen hat:

$$w = f(x)\,e^{-\int\varphi(y)\,dy}\;;\quad w = f(y)\,e^{-2\int\psi(x)\,dx},$$

kann man die Integration der Differentialgleichung (1) vollständig ausführen. Die Gleichung (7) ist nämlich, genauer geschrieben, folgende:

$$\frac{d^2z}{dx^2}+v\frac{dz}{dx}+A\,w\,e^{\int\varphi(y)\,dy}=0.$$

Setzt man hierin:

(8) $$x=\chi(t),$$

wo t eine neue Veränderliche bezeichnet, so hat man:

$$\frac{dt}{dx}=\frac{1}{\chi'(t)};\quad \frac{dz}{dx}=\frac{1}{\chi'(t)}\frac{dz}{dt};$$

$$\frac{d^2z}{dx^2}=\frac{1}{\chi'^2(t)}\frac{d^2z}{dt^2}-\frac{\chi''(t)}{\chi'^3(t)}\frac{dz}{dt}.$$

Durch Einführung dieser Werthe erhält man:

$$\frac{1}{\chi'^2(t)}\frac{d^2z}{dt^2}+\left[\frac{v}{\chi'(t)}-\frac{\chi''(t)}{\chi'^3(t)}\right]\frac{dz}{dt}+A\,w\,e^{\int\varphi(y)\,dy}=0.$$

Bestimmt man nun die unbestimmte Function χ so, dass der Coefficient von $\frac{dz}{dt}$ verschwindet, so wird:

$$\frac{v}{\chi'(t)}=\frac{\chi''(t)}{\chi'^3(t)},$$

oder: da $\chi'(t)=\frac{dx}{dt}$ ist:

$$v\,dx=\frac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{\frac{dx}{dt}}.$$

Hieraus folgt durch Integration:

$$log\frac{dx}{dt}=\int v\,dx+Const;\quad \frac{dx}{dt}=\frac{1}{C}e^{\int v\,dx},$$

also:

(9) $$\frac{dt}{dx}=C\,e^{-\int v\,dx}$$

wo C eine Constante bezeichnet.

Obige Differentialgleichung reducirt sich hierdurch auf:

(10) $$\frac{d^2z}{dt^2}+\frac{A}{C^2}w\,e^{2\int\psi(x)\,dx+\int\varphi(y)\,dy}=0,$$

ist also immer integrabel, wenn w eine der beiden oben angeführten Formen hat.

§. 5. Als Beispiel für die erste Form von w diene die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{y}{1-y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-\frac{1}{x}\frac{dy}{dx}+x^2\sqrt{1-y^2}=0,$$

wo also:

$$u=\frac{y}{1-y^2};\quad v=-\frac{1}{x};\quad w=x^2\sqrt{1-y^2}.$$

zu setzen ist. In diesem Falle wird:

$$e^{-\int v\,dv} = x;\ \int u\,dy = \log \frac{1}{\sqrt{1-y^2}};$$

mithin:

$$z = A \,.\, \arcsin y + B;\ t = \frac{C}{2} x^2 + D;$$

$$y = \sin \frac{z-B}{A};\ x = \sqrt{\frac{2}{C}(t-D)}.$$

Die Gleichung (10) giebt:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{A}{C^2} = 0,$$

folglich, wenn man integrirt:

$$\frac{dz}{dt} + \frac{A}{C^2} t = h;\ z = -\frac{A}{2C^2} t^2 + ht + k;$$

Das Integral y erhält hiernach folgende Form:

$$y = -\sin \frac{1}{8}(x^4 + \alpha x^2 + \beta).$$

Von der zweiten der gedachten Formen ist die Function w in der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{y}{1-y^2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{x}{1-x^2}\frac{dy}{dx} + \frac{1-y^2}{1-x^2} . y = 0.$$

Hier ist:

$$\int u\,dy = \log \frac{1}{\sqrt{1-y^2}};\ \int v\,dx = \log \sqrt{1-x^2},$$

folglich:

$$z = A \,.\, \arcsin y + B;\ t = C \,.\, \arcsin x + D,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{A}{C^2}\frac{1-y^2}{\sqrt{1-y^2}} y = -\frac{A}{C^2} \sin\left(\frac{z-B}{A}\right) \cos\left(\frac{z-B}{A}\right),$$

woraus sich ergiebt:

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = h^2 - \frac{A^2}{C^2} \sin^2\left(\frac{z-B}{A}\right),$$

folglich:

$$t = \int \frac{dz}{\sqrt{h^2 - \frac{A^2}{C^2} \sin^2\left(\frac{z-B}{A}\right)}},$$

oder, mit Berücksichtigung der obigen Werthe:

$$\arcsin x = \varkappa \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}\sqrt{1-\varkappa^2 y^2}} + \lambda,$$

wobei $\varkappa$, λ zwei willkürliche Constanten bezeichnen.

§. 6. Wenn die gegebene Differentialgleichung zweiter Ordnung auch die dritte, oder eine noch höhere Potenz der ersten Derivirten enthält, ist es nicht möglich, durch eine Substitution obiger Art diese Potenzen fortzuschaffen. Ueberhaupt kann man die allgemeinen Integrale solcher Differentialgleichungen nur in wenigen Ausnahmefällen unter

endlicher Form angeben. Gleichwohl ist man durch mehrere, selbst ganz einfache, mechanische Probleme gezwungen, Differentialgleichungen gedachter Art zu behandeln. Solche Probleme erfordern aber zuweilen gar nicht die Kenntniss der allgemeinen Integrale, sondern lassen sich schon mit Hülfe gewisser particulärer Lösungen in genügendem Grade erledigen. Besonders interessant ist in dieser Beziehung die Aufgabe von den auf drehbaren Stangen herabgleitenden Massen, welche Lagrange in seiner „mécanique analytique" behandelt. Die Differentialgleichung, zu welcher diese Aufgabe führt, lässt, wie ich durch eine besondere Transformation gefunden habe, eine particuläre Lösung zu, welche vollkommen genügt, die Trajectorie der bewegten Masse unter den gegebenen Anfangszuständen zu bestimmen. Es ist hier der Ort, diese Transformation näher zu besprechen. Der Vollständigkeit wegen werde ich vorher den analytischen Ausdruck des gedachten Problems auf eine möglichst einfache Art zu gewinnen suchen.

Man denke sich eine homogene unbiegsame Stange, welche in der Mitte um einen festen Punct drehbar ist, so dass ihre beiden Hälften einander das Gleichgewicht halten, man also jede der beiden halben Stangen als gewichtlos ansehen kann. Auf der einen Hälfte liege eine kleinere, aber schwere Stange, welche die Freiheit habe, längs der ersteren herabzugleiten; die Lage der beiden Stangen sei ursprünglich horizontal. Die Schwere wird nun einerseits ein Herabgleiten des aufgelegten Gewichts, andererseits eine Drehung der gewichtlosen Stange in einer verticalen Ebene um den gegebenen Drehpunct bewirken. Die Aufgabe ist, die Trajectorie zu bestimmen, welche der Schwerpunct des Gewichts beschreibt, so lange dasselbe auf der Stange liegt.

Wir wollen annehmen, die schwere Stange habe die Form eines cylindrischen homogenen Körpers mit einem beliebigen Querschnitte ω, und zuerst die Bewegung eines Systems von beliebig vielen materiellen Puncten bestimmen, welche auf einer innerhalb der bewegten Masse, parallel zur Axe, gezogenen geraden Linie liegen. Die Massen dieser Puncte seien m_0, m_1, m_2, . . ., ihre Entfernungen von der durch den Drehpunct, senkrecht zur Stange, gelegten Ebene r_0, r_1, r_2, ... Die verticale, durch den Drehpunct gezogene gerade Linie nehmen wir zur y-Axe, die horizontale Anfangslage der geraden Linie, auf welcher die Puncte m_0, m_1, m_2, . . . liegen, zur x-Axe, und wählen die positiven Richtungen beider Coordinaten vom Drehpuncte ausgehend; der Winkel zwischen der Stange und der Verticalen sei θ. Dieses vorausgeschickt, so stellen wir uns zunächst die Aufgabe, die Bewegung des starren Systems m_0, m_1, m_2, . . . in Gleichung zu setzen.

§. 7. Nach dem d'Alembert'schen Princip muss vermöge der Verbindung des Systems zwischen den gegebenen Aussenkräften und den negativen Werthen derjenigen Kräfte, welche den einzelnen Puncten des Systems, wenn dieselben frei wären, die wirklich erfolgende Bewegung ertheilen würden, fortwährend Gleichgewicht statt finden. Die gegebenen Aussenkräfte reduciren sich, den Bedingungen der Aufgabe gemäss, auf eine constante verticale Kraft, die Schwere. Drückt man also die Gleichgewichtsbedingungen des d'Alembert'schen Princips durch das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten aus, so erhält man:

[1] $$\mathbf{S}\, m \left[-\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \left(g - \frac{d^2y}{dt^2}\right)\delta y \right] = 0,$$

wo sich die Summe über alle Puncte des Systems erstreckt.

Die Bedingungen des Systems bestehen, darin erstens, dass alle einzelnen Puncte desselben durch starre gerade Linien mit einander verbunden sind, und zweitens, dass diese starren geraden Linien sämmtlich in eine und dieselbe Richtung fallen, welche fortwährend durch den Punct gehe, in welchem die Richtung der geraden Linie, auf welcher sie liegen, die durch den Drehpunct senkrecht zu dieser Linie gelegte Ebene trifft.

Die erstere Bedingung spricht sich, wenn man die gegenseitigen Entfernungen der Puncte m_0, m_1, m_2, . . . resp. mit a_1, a_2, a_3, . . . bezeichnet, für irgend zwei aufeinander folgende m_{n-1}, m_n dieser Puncte durch die Gleichung:

[2] $$\left(x_n - x_{n-1}\right)^2 - \left(y_n - y_{n-1}\right)^2 = a^2_n$$

aus, und die andere Bedingung wird immer erfüllt, wenn man für dieselben beiden Puncte hat:

[3] $$y_{n-1} x_n - x_{n-1} y_n = 0,$$

oder, was dasselbe sagt, dass die trigonometrische Tangente des Winkels zwischen der Richtung aller m und der x = Axe sich nicht ändert, wenn man von irgend einem dieser m, gleichviel welchem, zum nächstfolgenden übergeht.

§. 8. Um nun aus den drei Gleichungen [1], [2], [3] die Differentialgleichungen der Bewegungen abzuleiten, hat man die letzteren beiden zu variiren, die Variationen mit unbestimmten Factoren λ_n, μ_n zu multipliciren und die Producte zu [1] zu addiren. Man überzeugt sich aber leicht, dass die beiden Gleichungen [2], [3] für irgend einen Zahlenwerth des n Glieder mit den vier Variationen: $\delta x_{n-1}, \delta x_n, \delta y_{n-1}, \delta x_n$ geben, und dass man für den folgenden Zahlenwerth des n ebenfalls Glieder mit δx_n und δy_n erhält. Will man also bei dem obigen Verfahren alle Glieder, welche mit den Variationen δx_n, δy_n multiplicirt sind, zusammenfassen, so muss man ausser den Gleichungen [2], [3] noch diejenigen variiren, welche sich daraus ergeben, wenn man n in $n+1$ verwandelt. Führt man diese Variationen aus, so erhält man:

$$\left(x_n - x_{n-1}\right)\left(\delta x_n - \delta x_{n-1}\right) + \left(y_n - y_{n-1}\right)\left(\delta y_n - \delta y_{n-1}\right) = 0;$$

$$\left(x_{n+1} - x_n\right)\left(\delta x_{n+1} - \delta x_n\right) + \left(y_{n+1} - y_n\right)\left(\delta y_{n+1} - \delta y_n\right) = 0;$$

$$y_n \delta x_{n-1} - y_{n-1} \delta x_n - x_n \delta y_{n-1} + x_{n-1} \delta y_n = 0;$$

$$y_{n+1} \delta x_n - y_n \delta x_{n+1} - x_{n+1} \delta y_n + x_n \delta y_{n+1} = 0;$$

mithin wird die Grösse, welche man zu dem allgemeinen Gliede der Summe [1] zu addiren hat, folgende:

$$\left[\lambda_n\left(x_n - x_{n-1}\right) - \lambda_{n+1}\left(x_{n+1} - x_n\right) + \mu_{n+1} y_{n+1} - \mu_n y_{n-1}\right]\delta x_n$$

$$+\left[\lambda_n\left(y_n - y_{n-1}\right) - \lambda_{n+1}\left(y_{n+1} - y_n\right) - \mu_{n+1} x_{n+1} + \mu_n x_{n-1}\right]\delta y_n.$$

Man erhält folglich:

$$[4]\quad \mathbf{S}\left\{\begin{aligned}&\left[-m_n\frac{d^2x_n}{dt^2}+\lambda_n\left(x_n-x_{n-1}\right)+\lambda_{n-1}\left(x_{n+1}-x_n\right)+\mu_{n+1}y_{n+1}-\mu_n y_{n-1}\right]\delta x_n\\ +&\left[m_n\left(g-\frac{d^2y_n}{dt^2}\right)+\lambda_n\left(yn-y_{n-1}\right)-\lambda_{n+1}\left(y_{n+1}-y_n\right)-\mu_{n+1}x_{x+1}+\mu_n x_{n-1}\right]\delta y_n\end{aligned}\right\}=0.$$

Die Summation erstreckt sich nach wie vor über alle Puncte m, also von $n=0$ bis $n=M-1$, wo M die Anzahl dieser Puncte anzeigt. Wollte man aber die einzelnen Glieder der Summe [4] wirklich hinschreiben, so würde man auch solche erhalten, in denen die Grössen x_{-1}, y_{-1}, x_M, y_M vorkämen, welche in Wirklichkeit nicht existiren. Will man also die Bewegungsgleichung unter der Form [4] aufstellen, so muss man von vorne herein das Uebereinkommen treffen, dass die Grössen x_{-1}, y_{-1}, x_M, y_M gleich Null gesetzt werden. Ebenso müssen die Grössen $\lambda_0\ \lambda_M$ verschwinden, da sie sich auf zwei Gleichungen beziehen würden, welche ebenfalls in Wirklichkeit nicht vorhanden sind.

§. 9. Aus der Gleichung [4] kann man nun zunächst die Grössen $x_{n-1}; y_{n-1}, x_{n+1}; y_{n+1}$ vermöge der Gleichungen [2] [3] und derjenigen, welche sich daraus durch Verwandlung von n in $n+1$ ergeben, eliminiren. Setzt man nämlich der Einfachheit wegen:

$$[5]\qquad r_n=\sqrt{x_n^2+y_n^2},$$

so erhält man aus [2] und [3]:

$$x_{n-1}=\left(1\pm\frac{a_n}{r_n}\right)x_n;\ y_{n-1}=\left(1\pm\frac{a_n}{r_n}\right)y_n;$$

$$x_n=\left(1\pm\frac{a_n}{r_{n-1}}\right)x_{n-1};\ y_n=\left(1\pm\frac{a_n}{r_{n-1}}\right)y_n$$

woraus durch Verwandlung von n in $n+1$ folgt:

$$x_{n+1}=\left(1\pm\frac{a_{n+1}}{r_n}\right)x_n;\ y_{n+1}=\left(1\pm\frac{a_{n+1}}{r_n}\right)y_n.$$

Was die in diesen Formeln vorkommenden Doppelzeichen anlangt, so kann man dieselben leicht bestimmen, wenn man annimmt, dass der Punct m_0 dem Drehpuncte am nächsten liege, und dass alle übrigen m um so weiter von m_0 entfernt sind, je grösser n ist. Denn hieraus folgt, dass:

$$x_{n+1}>x_n>x_{n-1};\ y_{n+1}>y_n>y_{n-1}$$

werden muss, dass also in den Werthen von x_{n-1}, y_{n-1} das untere, dagegen in den Werthen von x_{n+1}, y_{n+1} das obere Zeichen zu nehmen ist. Man hat also:

$$[6]\qquad \left\{\begin{aligned}x_{n-1}&=\left(1-\frac{a_n}{r_n}\right)x_n;\ y_{n-1}=\left(1-\frac{a_n}{r_n}\right)y_n;\\ x_{n+1}&=\left(1+\frac{a_{n+1}}{r_n}\right)x_n;\ y_{n+1}=\left(1+\frac{a_{n+1}}{r_n}\right)y_n.\end{aligned}\right.$$

Setzt man diese Werthe in [4], so erhält man:

$$[7]\quad \mathbf{S}\left\{-m_n\frac{d^2x_n}{dt^2}+\left(a_n\lambda_n-a_{n+1}\lambda_{n+1}\right)\frac{x_n}{r_n}+\left[\mu_{n+1}\left(1+\frac{a_{n+1}}{r_n}\right)-\mu_n\left(1-\frac{a_n}{r_n}\right)\right]y_n\right\}\delta x_n$$

$$+\mathbf{S}\left\{m_n\left(g-\frac{d^2y_n}{dt^2}\right)+\left(a_n\lambda_n-a_{n+1}\lambda_{n+1}\right)\frac{y_n}{r_n}-\left[\mu_{n+1}\left(1+\frac{a_{n+1}}{r_n}\right)-\mu_n\left(1-\frac{a_n}{r_n}\right)\right]x_n\right\}\delta y_n$$

$$=0.$$

§. 10. In dieser Gleichung hat man, da alle Bedingungen des Systems bereits berücksichtigt sind, die Coefficienten der Variationen δx_n, δy_n für jeden der M Zahlenwerthe des n gesondert gleich Null zu setzen. Hieraus ergeben sich M Gleichungen, aus denen man durch blosse Addition leicht alle λ fortschaffen kann. In der That, aus der Bedingungsgleichung [3] folgt, dass die Brüche $\frac{x_n}{r_n}$, $\frac{y_n}{r_n}$ bei der ganzen Summation constant sind. Addirt man daher jene M Gleichungen und bedenkt, dass $\lambda_o=\lambda_M=o$; $\mu_o=\mu_M=o$ ist, so destruiren sich die Glieder:

$$\mathbf{S}\frac{x_n}{r_n}\left(a_n\lambda_n-a_{n+1}\lambda_{n+1}\right);\ \mathbf{S}\frac{y_n}{r_n}\left(a_n\lambda_n-a_{n+1}\lambda_{n+1}\right)$$

gänzlich und man erhält, wenn man noch der Kürze wegen:

$$[8]\quad \begin{cases} -m_n\dfrac{d^2x_n}{dt^2}=X_n;\ m_n\left(g-\dfrac{d^2y_n}{dt^2}\right)=Y_n; \\ \mu_{n+1}\left(r_n+a_{n+1}\right)-\mu_n\left(r_n-a_n\right)=P_n; \\ a_n\lambda_n-a_{n+1}\lambda_{n+1}=Q_n \end{cases}$$

setzt, die drei Gleichungen:

$$[9]\quad \mathbf{S}Q_n=0;$$

$$[10]\quad \begin{cases} \mathbf{S}P_n\dfrac{y_n}{r_n}+\mathbf{S}X_n=0; \\ \mathbf{S}P_n\dfrac{x_n}{r_n}-\mathbf{S}Y_n=0. \end{cases}$$

Die Gleichungen, welche man erhält, wenn man die Coefficienten der einzelnen Variationen annullirt, sind:

$$[11]\quad \begin{cases} X_n+\dfrac{y_n}{r_n}P_n+\dfrac{x_n}{r_n}Q_n=0; \\ Y_n-\dfrac{x_n}{r_n}P_n+\dfrac{y_n}{r_n}Q_n=0. \end{cases}$$

Eliminirt man hieraus P_n und bezeichnet die von n unabhängigen Verhältnisse $\frac{x_n}{r_n}$, $\frac{y_n}{r_n}$ einfach mit $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, so kommt:

$$\frac{x}{r} X_n + \frac{y}{r} Y_n = -Q_n.$$

Wenn man in dieser Gleichung den Index n alle möglichen Zahlenwerthe durchlaufen lässt und die daraus entspringenden Gleichungen summirt, so erhält man, unter Berücksichtigung der Gleichung [9]

[12] $$\frac{x}{r} \mathbf{S} X_n + \frac{y}{r} \mathbf{S} Y_n = 0.$$

Eliminirt man statt dessen aus [11] Q_n, so kommt:

[13] $$P_n = \frac{x}{r} Y_n - \frac{y}{r} X_n.$$

Wir wollen hierin wieder anstatt der Verhältnisse $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$ die auf jeden Punct sich beziehenden $\frac{x_n}{r_n}$, $\frac{y_n}{r_n}$ setzen und nachher beide Seiten der Gleichung mit r_n multipliciren, wodurch sich ergiebt:

$$P_n r_n = x_n Y_n - y_n X_n,$$

lässt man hierin wieder n alle seine Werthe durchlaufen und summirt die daraus entspringenden Gleichungen, so kommt:

$$\mathbf{S} P_n r_n = \mathbf{S}(x_n Y_n - y_n X_n)$$

und es ist klar, dass man in dieser Summe die Indices von x, y, r nicht fortlassen darf, da nur die Verhältnisse dieser Grössen, nicht aber sie selbst, von n unabhängig sind.

Man überzeugt sich nun leicht, dass die Summe aller $P_n r_n$ gleich Null ist. Aus [6] folgt nämlich:

[14] $$r_n = r_{n+1} - a_{n+1},$$

mithin kann man, wie aus [8] ersichtlich ist, die Summe $SP_n r_n$ folgendermassen schreiben:

$$SP_n r_n = Sr_n (r_{n+1} \mu_{n+1} - \mu_n r_n + \mu_n a_n)$$
$$= Sr_n r_{n+1} \mu_{n+1} - S\mu_n r_n^2 + Sr_n a_n \mu_n.$$

Setzt man in der ersten dieser drei Summen für r_n seinen Werth [14], so zerfällt dieselbe in die beiden Theile:

$$S\mu_{n+1} r_{n+1}^2 - Sr_{n+1} a_{n+1} \mu_{n+1},$$

man hat folglich, wenn man die vier Summen paarweise zusammenfasst:

$$SP_n r_n = S(\mu_{n+1} r_{n+1}^2 - \mu_n r_n^2) - S(\mu_{n+1} r_{n+1} a_{n+1} - \mu_n r_n a_n),$$

und es ist ersichtlich, dass bei der Ausführung der Summation die einzelnen Glieder in jeder der beiden Summen rechts sich unter einander paarweise destruiren. Man hat folglich:

[15] $$SP_n r_n = 0;$$

[16] $$S(x_n Y_n - y_n X_n) = 0.$$

Die beiden Gleichungen [12] und [16] enthalten keinen der unbestimmten Multiplicatoren λ, μ, sind folglich selbst die gesuchten Differentialgleichungen der Bewegung. Setzt man für X_n, Y_n ihre Werthe aus [8] und bringt in [12] die Verhältnisse $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, mit dem Index n versehen, unter das Summenzeichen, so hat man:

[17] $$\mathbf{S} m_n \left(\frac{x_n}{r_n} \frac{d^2 x_n}{dt^2} + \frac{y_n}{r_n} \frac{d^2 y_n}{dt^2} \right) = g \frac{y}{r} \mathbf{S} m_n;$$

[18] $$\mathbf{S} m_n \left(x_n \frac{d^2 y_n}{dt^2} - y_n \frac{d^2 x_n}{dt^2} \right) = g \,\mathbf{S} m_n r_n.$$

§. 11. Dieselbe Betrachtung lässt sich nun für jedes System von Puncten anstellen, welche auf einer beliebigen, innerhalb des gleitenden Cylinders und parallel zu seiner Axe gezogenen geraden Linie liegen, und führt für jede dieser geraden Linien zu denselben Differentialgleichungen [17] [18]. Lässt man die Puncte m immer näher an einander rücken, und ihre Anzahl ins Unendliche zunehmen, so geben dieselben Schlüsse, auf alle geraden Linien angewandt, welche in gedachter Weise innerhalb des Cylinders gezogen werden, zwei Gruppen von unendlich vielen Gleichungen, die einen von der Form [17], die anderen von der Form [18]. Addirt man alle in jeder der beiden Gruppen enthaltenen Gleichungen und bringt dieselben unter ein gemeinsames Summenzeichen, so erhält man die Bewegungsgleichungen aller der Masse des Cylinders angehörigen Puncte, mithin des Cylinders selbst, und zwar stimmen diese Bewegungsgleichungen ihrer Form nach ebenfalls mit denen [17] [18] überein; man kann also diese Gleichungen selbst ohne Weiteres als die Bewegungsgleichungen des Cylinders ansehen, sofern man die Grössen m_n, x_n, y_n, r_n der Reihe nach die auf alle Puncte der Masse sich beziehenden Werthe durchlaufen lässt.

Um die Summation ausführen zu können, ist es vortheilhaft, Polarcoordinaten einzuführen. Wir wollen mit θ den Winkel bezeichnen, welchen die Stange mit der x-Axe bildet; so ist θ für alle Puncte m derselbe, also von n unabhängig, und man hat für jeden Punct der Masse:

[19] $$x_n = r_n \cos\theta;\ y_n = r_n \sin\theta.$$

Hieraus folgt:

[20] $$\left(\frac{dx_n}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_n}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dr_n}{dt}\right)^2 + r_n^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2,$$

ferner:

$$\frac{x_n}{r_n}\frac{d^2x_n}{dt^2}+\frac{y_n}{r_n}\frac{d^2y_n}{dt^2}=\frac{d^2r_n}{dt^2}-r_n\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2,$$

$$x_n\frac{d^2y_n}{dt^2}-y_n\frac{d^2x_n}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left(r_n^2\frac{d\theta}{dt}\right).$$

Führt man diese Werthe in die Bewegungsgleichungen ein, so werden dieselben:

[21] $$\mathbf{S}m_n\left[\frac{d^2r_n}{dt^2}-r_n\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]=g\sin\theta\, Sm_n$$

[22] $$\frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\mathbf{S}m_nr_n^2\right)=g\cos\theta\, Sm_nr_n.$$

Hierin ist Sm_n die Gesammtmasse des bewegten Körpers. Bezeichnet man ferner mit r den Abstand des Schwerpunctes des Cylinders von der durch den Drehpunct, senkrecht zur Stange, gelegten Ebene, so ist nach dem Theorem von den Momenten:

$$\mathbf{S}m_nr_n=r\,.\,Sm_n;$$

$$\mathbf{S}m_n\frac{d^2r_n}{dt^2}=\frac{d^2}{dt^2}Sm_nr_n=\frac{d^2r}{dt^2}Sm_n.$$

Um die Summe $Sm_nr_n^2$ zu bestimmen, denken wir uns den Cylinder durch Ebenen, welche in unendlich kleinen Abständen von einander, senkrecht zur Stange gelegt werden, in unendlich viele cylindrische Elemente zerschnitten; die Höhe eines solchen Elements sei $d\rho$, die Dichtigkeit der Masse k, die Länge der Axe des Cylinders $2a$; so kann man obige Summe unter der Form eines auf ρ bezüglichen bestimmten Integrals darstellen, welches sich von $r-a$ bis $r+a$ erstreckt; denn der Querschnitt ω tritt als constanter Factor heraus. Es wird also:

$$\mathbf{S}m_nr_n^2=k\omega\int_{r-a}^{r+a}\rho^2d\rho=\frac{k\omega}{3}\left[(r+a)^3-(r-a)^3\right]$$
$$=\frac{2ak\omega}{3}\left(3r^2+a^2\right).$$

Die Masse des Cylinders wird:

$$\mathbf{S}m_n=k\omega\int_{r-a}^{r+a}d\rho=2ak\omega.$$

Die Form, welche die Differentialgleichungen der Bewegung nach Ausführung dieser Summation annehmen, ist folgende:

(I) $$\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=g\sin\theta.$$

(II) $$\frac{d}{dt}\left[\frac{d\theta}{dt}\left(3r^2+a^2\right)\right]=3gr\cos\theta.$$

§. 12. Eine erste Integration lässt sich leicht ausführen. Dieselbe bewirkt man dadurch, dass man die Gleichung (I) mit $6\,\frac{dr}{dt}$, die Gleichung (II) mit $2\,\frac{d\theta}{dt}$ multiplicirt und die Producte addirt. Man erhält dadurch:

$$2\left(3r^2+a^2\right)\frac{d\theta}{dt}\frac{d^2\theta}{dt^2}+6r\frac{dr}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2+6\frac{dr}{dt}\frac{d^2r}{dt^2}$$
$$=6g\left(r\cos\theta\frac{d\theta}{dt}+\sin\theta\frac{dr}{dt}\right),$$

was man folgendermassen schreiben kann:

$$\frac{d}{dt}\left[3\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\left(3r^2+a^2\right)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]=6g\frac{d(r\sin\theta)}{dt}.$$

Durch Integration folgt hieraus:

$$\text{(III)}\qquad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2+\left(r^2+\frac{a^2}{3}\right)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=2gr\sin\theta+c,$$

wo c eine willkürliche Constante bezeichnet. Vermöge dieser Integralgleichung kann man aus (II) die Zeit eliminiren. Es folgt nämlich aus (III):

$$\frac{d\theta}{dt}=\left\{\frac{2gr\sin\theta+c}{\frac{a^2}{3}+r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\right\}^{1/2}$$

Setzt man diesen Werth in (II), so kommt:

$$\left\{\frac{2gr\sin\theta+c}{\frac{a^2}{3}+r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\right\}^{1/2}\frac{d}{d\theta}\left\{\frac{\left(\frac{a^2}{3}+r^2\right)\sqrt{2gr\sin\theta+c}}{\sqrt{\frac{a^2}{3}+r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}}\right\}=gr\cos\theta.$$

Multiplicirt man endlich beide Seiten dieser Gleichung mit $2.\left(\frac{a^2}{3}+r^2\right)$, so kann man dafür auch schreiben:

$$\text{(IV)}\qquad \frac{d}{d\theta}\left\{\frac{\left(\frac{a^2}{3}+r^2\right)^2\left(2gr\sin\theta+c\right)}{\frac{a^2}{3}+r^2+\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2}\right\}=2g\left(\frac{a^2}{3}+r^2\right)r\cos\theta.$$

Dieses ist die Differentialgleichung der Trajectorie. Die Curve selbst durch Integration ihrer Differentialgleichung zu finden, ist nach den bis jetzt bekannten Methoden nicht möglich. Der einzige Fall, welcher eine vollständige Integration zulässt, ist der von Lagrange betrachtete, wenn nämlich das Gewicht des bewegten Körpers gleich Null gesetzt wird. Ein anderer Fall, in welchem man wenigstens eine particuläre Lösung finden kann, soll im folgenden behandelt werden. Dieselbe beruht auf der Annahme, dass die Dimensionen der bewegten Masse zu einem materiellen Puncte zusammenschrumpfen, so dass also nur das Volumen, nicht aber das Gewicht annullirt wird.

§. 13. Führt man die in der Gleichung (IV) angedeutete Differentiation aus, so hebt sich das Glied ohne Differentialquotienten auf beiden Seiten fort und man erhält, wenn man noch alles durch

$$\left(\frac{a^2}{3}+r^2\right)\left(2gr\sin\theta+c\right)\frac{dr}{d\theta}$$

dividirt:

$$\frac{d^2r}{d\theta^2}+\frac{3gr\cos\theta}{(a^2+3r^2)(2gr\sin\theta+c)}\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^3+\left(\frac{6r}{a^2+3r^2}+\frac{g\sin\theta}{2gr\sin\theta+c}\right)\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2$$

$$+\frac{gr\cos\theta}{2gr\sin\theta+c}\frac{dr}{d\theta}=r+\frac{g(a^2+3r^2)\sin\theta}{3(2gr\sin\theta+c)}.$$

Da nun die Stange am Anfange der Bewegung, d. h. zur Zeit $t=0$, horizontal liegen soll, so muss $\theta=0$ werden, wenn man $t=0$ setzt. Es sei ferner sowohl die Geschwindigkeit des Herabgleitens, welches durch $\frac{dr}{dt}$, als auch die Winkelgeschwindigkeit, welche durch $\frac{d\theta}{dt}$ ausgedrückt wird, zu Anfang gleich Null. Setzt man demnach zur Bestimmung der Constanten c in (III) $t=0$, so wird $\sin\theta=0$, $\frac{dr}{dt}=0$, $\frac{d\theta}{dt}=0$, mithin $c=0$. Hierdurch reducirt sich obige Differentialgleichung auf:

$$\frac{d^2r}{d\theta^2}+\frac{3\,ctg\,\theta}{2(a^2+3r^2)}\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^3-\left(\frac{6r}{a^2+3r^2}+\frac{1}{2r}\right)\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2+\frac{ctg\,\theta}{2}\frac{dr}{d\theta}$$

$$=r+\frac{a^2+3r^2}{6r},$$

oder, wenn man vermöge der Relationen:

$$\frac{dr}{d\theta}=\frac{1}{\frac{d\theta}{dr}};\ \frac{d^2r}{d\theta^2}=\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{\frac{d\theta}{dr}}\right)\frac{dr}{d\theta}=-\frac{1}{\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^3}\frac{d^2\theta}{dr^2}$$

die Veränderlichen r, θ vertauscht und nachher alles mit $\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^3$ multiplicirt:

$$\frac{d^2\theta}{dr^2}+\left(r+\frac{a^2+3r^2}{6r}\right)\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^3-\frac{ctg\,\theta}{2}\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2+\left(\frac{6r}{a^2+3r^2}+\frac{1}{2r}\right)\frac{d\theta}{dr}$$

$$=\frac{3\,ctg\,\theta}{2(a^2+3r^2)}.$$

Multiplicirt man beide Seiten mit $2\left(a^2+3r^2\right)\frac{d\theta}{dr}$, so erhält man nach passender Anordnung und Division durch:

$$\left[1+\left(a^2+3r^2\right)\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2\right]\frac{d\theta}{dr}$$

die Gleichung:

$$\frac{\frac{d}{d\theta}\left[\left(a^2+3r^2\right)\left(\frac{d\theta}{dr}\right)\right]}{1+\left(a^2+3r^2\right)\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2}+\frac{a^2+9r^2}{3r^2}\frac{d\theta}{dr}=ctg\,\theta.$$

§. 14 Wir wollen jetzt das Volumen der gleitenden Masse ins Unendliche abnehmen lassen, so dass dieselbe die Form eines schweren materiellen Punctes annimmt. Dann erscheint obige Differentialgleichung unter folgender einfacheren Form:

$$\frac{\frac{d}{d\theta}\left[r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2\right]}{1+r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2}+3r\frac{d\theta}{dr}=ctg\,\theta.$$

Setzt man hierin:

$$(\varphi)\qquad r\,.\frac{d\theta}{dr}=ctg\,\varphi,$$

so ergiebt sich die Differentialgleichung erster Ordnung:

$$\frac{d\varphi}{d\theta}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{tng\,\varphi}{tng\,\theta}.$$

Dieselbe allgemein zu integriren, ist zwar ebenfalls mit den bis jetzt bekannten Hülfsmitteln unmöglich; man sieht aber auf den ersten Blick, dass ihr durch das particuläre Integral $\varphi = \theta$ Genüge geschieht. Setzt man diesen Werth in (φ), so erhält man nach Trennung der Veränderlichen:

$$\frac{dr}{r}=tng\,\theta\,d\theta,$$

woraus durch Integration folgt:

$$\log r = -\log\cos\theta + Const.$$

mithin:

$$(r)\qquad r = k\,.\,sec\,\theta,$$

wo k den Werth bezeichnet, den r hat, wenn $\theta = 0$ wird. Ist dieser Anfangswerth des r Null, liegt also der schwere Punct zu Anfang auf dem Drehpuncte, so wird $k = 0$ und r bleibt folglich fortwährend gleich Null. Man sieht also, dass in diesem Falle überhaupt keine Bewegung erfolgen kann, wie übrigens an sich klar ist. In jedem anderen Falle wird (r) die Polargleichung der Trajectorie.

KRUSEMARCK.

Uebersicht
der von Michaelis 1862 bis dahin 1863 absolvirten Lehrpensa.

Sexta, einjähriger Cursus.

28 St. w. Ordinarius Herrmann.

1. Religion 3 St. *Herrmann.* Vom Advent bis Pfingsten die wichtigsten biblischen Geschichten des N. T.; von da ab eine Auswahl von Geschichten des A. T.; das erste Hauptstück befestigt und besprochen; die Sprüche dazu, sowie das zweite Hauptstück und monatlich ein Kirchenlied wurden auswendig gelernt. 2. Deutsch 4 St. *Stumpf.* Lesen im Kinderfreunde, mit besonderer Rücksicht auf Betonung und sinngemässes Lesen; Wiedergeben des Gelesenen, Declamiren, monatlich 2 kleine Aufsätze; practische Einuebung der orthographischen Regeln; die Präpositionen und die Rection derselben practisch geuebt. 3. Latein 8 St. *Backe.* Die regelmässige Declination und Conjugation incl. des Deponens, die Genusregeln, Vocabeln, schriftliche und mündliche Uebersetzung der entsprechenden Pensa in Scheele's Uebungsbuch. 4. Rechnen 5 St. *Stumpf.* Die vier Species in benannten Zahlen, mündlich und schriftlich; Anwendung in Beispielen aus dem Geschäftsleben. 5. Geographie 1 St. *Herrmann.* Einleitende Begriffe; Europa im Allgemeinen, Deutschland und Preussen specieller. 6. Geschichte 2 St. *Herrmann.* Die Sagen des classischen Alterthums. 7. 5 St. technische Fertigkeiten. (Siehe unten.)

Quinta, einjähriger Cursus.

31 St. w. Ordinarius Backe.

1. Religion 3 St. *Stumpf.* Wiederholung der biblischen Geschichten A. u. N. T. und des ersten Hauptstückes. Das zweite Hauptstück, besonders der erste Artikel eingehend besprochen, die betreffenden Bibelsprüche dem Gedächtniss eingeprägt, zu den 12 in Sexta erlernten Kirchenliedern wurden 6 hinzugelernt. 2. Deutsch 4 St. *Herrmann.* Uebung im Lesen und Wiedererzählen des Gelesenen; Besprechung und Eintheilung des Inhalts geeigneter Lesestücke; der einfach erweiterte Satz; Einübung der Orthographie durch Abschreiben und Dictate; kleine Aufsätze und Uebung im Declamiren. 3. Latein 6 St. *Backe.* Vervollständigung der Formenlehre, die irregulären Verba, die Conjugatio peri-

phrastica, Vocabeln, mündliche und schriftliche Uebersetzungen, einige Erzählungen wurden auswendig gelernt. 4. Französisch 5 St. *Backe.* In Plötz's Elementarbuch bis Lection 50 incl. avoir u. être, die regelmässigen Conjugationen mit Fragen und Verneinung; schriftliche und mündliche Uebungen. 5. Rechnen 4 St. *Herrmann.* Die vier Species in Brüchen und Anwendung derselben im Dreisatz. 6. Naturbeschreibung 2 St. *Röhl.* Im Winter Zoologie. Nach einer kurzen Einleitung in die Zoologie wurden die wichtigsten Gattungen und Arten der Vögel und Fische beschrieben. Im Sommer Botanik; Untersuchung und Beschreibung einheimischer Pflanzen von einfacherem Bluethenbau. Die Klassen des Linné'ischen Systems wurden gelernt. 7. Geographie 1 St. *Stumpf.* Der preussische Staat, Anleitung und Anfang im Kartenzeichnen. 8. Geschichte 2 St. *Stumpf.* Die brandenburgische Geschichte bis zum Kurfürsten Georg Wilhelm. 9. 4 St. Technische Fertigkeiten.

Quarta, einjähriger Cursus.

32 St. w. Ordinarius Cuno.

1. Religion 2 St. *Backe.* Das 2. u. 3. Hauptstück durchgenommen, die beiden letzten gelernt; die biblischen Geschichten wiederholt und ergänzt; die früher gelernten Lieder repetirt und 12 neue hinzugelernt. 2. Deutsch 3 St. *Backe.* Uebung im Lesen, eingehende sachliche und sprachliche Analyse des Gelesenen; Orthographie, Aufsätze und Declamiren. 3. Latein 6 St. *Lentz.* Die Verba anomala und defectiva wurden gelernt; die wichtigsten syntactischen Verhältnisse mündlich und schriftlich eingeuebt, Vocabeln gelernt; gelesen: Aurelius Victor Cap. 13—43. 4. Französisch 5 St. *Cuno.* Erlernt wurden die regelmässigen Conjugationen und die gebräuchlichsten unregelmässigen Verba, die Fuerwörter und die Zahlwörter. Gelesen wurde aus Plötz's I. Cursus Abschnitt III. bis V. 5. Mathematik 6 St. *Krusemarck.* 2. St. Rechnen: Gesellschafts- und Zins-Rechnung. 2 St. Arithmetik: die vier Species mit Buchstaben, Anfangsgründe der Rechnung mit entgegengesetzten Grössen. 2 St. Geometrie: Planimetrie bis zur Congruenz der Dreiecke incl. 6. Naturbeschreibung 2 St. *Röhl.* Im Winter Zoologie: Beschreibung der Säugethiere und Amphibien; im Sommer wurden einheimische Pflanzen untersucht und bestimmt, die Klassen des Linnéischen Systems wurden wiederholt, die Ordnungen gelernt und eingeuebt. 7. Geographie 2 St. *Cuno.* Anfangsgründe der Beschreibung von Europa nach Roon's Cursus I. u. III. 8. Geschichte 2 St. *Cuno.* 1 St. Die wichtigsten Data aus der alten Geschichte. 1 St. Vaterländische Geschichte: nach Wiederholung des in Quinta durchgenommenen Cursus bis zum grossen Kurfürsten, Fortsetzung bis zum zweiten Pariser Frieden 9. 4 St. Technische Fertigkeiten.

Tertia, einjähriger Cursus.

32 Stunden w. Ordinarius Krusemarck.

1. Religion 2 St. *Der Director.* Das 4. u. 5. Hauptstück ausfuehrlich, die drei ersten wiederholend durchgenommen; grössere Abschnitte der heil. Schrift, wie Matth. 25, 31—46, Joh. 1, 1—14, Röm. 7, 14—25, 1. Cor. 13 wurden eingeprägt; Kirchenlieder repetirt und hinzugelernt. Nach Pfingsten: eine kurze Geschichte der Reformation.

2. Deutsch 3 St. *Cuno.* Lectuere ausgewählter Dichtungen und prosaischer Stücke, Anfangsgründe der Metrik, Uebungen im freien Vortrage, Aufsätze. 3. Latein 5 St. *Lentz.* Lectuere des kleinen Livius vom 1. Heft Libr. I. bis zu Ende. Die syntaxis casuum schriftlich und mündlich eingeuebt, die Formenlehre repetirt, Vocabeln und Sprüchwörter gelernt. 4. Französisch 4 St. Bis zum Januar *Marburg*, von da ab *Moll.* Die ganze Formenlehre nach Knebel §. 13—68. Mündliches Uebersetzen ins Franzœsische; Exercitia. Gelesen wurde: ein Theil des 2. Buches und das 3. Buch von Voltaire's Charles XII. 5. Englisch 4 St. Bis zum Januar *Marburg*, von da ab *Moll.* Die Formenlehre ganz durchgenommen nach Zimmermann I. Theil; Uebungstücke, theils schriftlich, theils mündlich übersetzt, die Vocabeln memorirt; Exercitia. 6. Mathematik 6 St. *Krusemarck.* 2 St. Rechnen: zusammengesetzte Proportions-, Gesellschafts-, Zins- Tara-, Rabatt-Rechnung; Ausziehen von Quadrat- und Cubikwurzeln. Arithmetik 2 St.: die vier Species mit algebraischen Zahlen, die Lehre von den ganzen Potenzen, Decimalbrüche und Auflösung von Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten. Geometrie 2 St.: Vollendung des planimetrischen Pensums bis zur Quadratur des Kreises incl. 7. Naturbeschreibung 2 St. *Röhl.* Im Winter Zoologie: die Gliederthiere wurden ausführlich beschrieben. Im Sommer Botanik: Wiederholung der Klassen und Ordnungen des Linnéischen Systems, fortgesetzte Untersuchung und Bestimmung einheimischer Pflanzen, Grundzuege des natuerlichen Pflanzensystems. Gegen das Ende des Semesters: Erklärung der wichtigsten Naturerscheinungen aus verschiedenen Gebieten der Physik. 8. Geographie 2 St. *Cuno.* Beschreibung von Europa nach Roon's Leitfaden, Cursus I. u. III. 9. Geschichte 2 St. *Cuno.* Alte Geschichte bis zur Schlacht bei Actium; Wiederholung der vaterländischen Geschichte. 10. 4 St. Technische Fertigkeiten.

Secunda, zweijähriger Cursus.

32 St. w. Ordinarius Röhl.

1. Religion 2 St. *Der Director.* Die Geschichte der christlichen Kirche. Repetition der 5 Hauptstücke. Die erlernten Kirchenlieder wurden wiederholt, neue hinzugelernt. Lectuere des Matthæus bis Cap. 8. 2. Deutsch 3 St. *Lentz.* Gelesen wurden Schillers Wilhelm Tell und Abschnitte aus Lessings Prosa. Gelegentliche Bemerkungen über die verschiedenen Dichtungsarten, besonders über dramatische Poesie; Einiges aus der Verslehre verbunden mit leichteren Uebungen; Declamiren; Controle der Privatlectuere; monatlich ein Aufsatz. Themata: 1) Achte auf dich selbst. 2) Von der Stirne heiss rinnen muss der Schweiss, soll das Werk den Meister loben, — doch der Segen kommt von oben. 3) Was erleichtert uns die Muehe des Lernens? 4) Die Handlung im Wilhelm Tell bis zur Apfelschuss-Scene. 5) Wohlthätig ist des Feuers Macht, wenn sie der Mensch bezähmt, bewacht. 6) Die Frauen im Wilhelm Tell. 7) Du bist ein Mensch, erwäge und bedenk' es stets. 8) Ferro nocentius aurum. 9) Principiis obsta. 10) Umwandlung einer Stelle aus Lessing's Philotas in jambische Quinare. 11) Glück und Glas, wie leicht bricht das. 12) Willst du, mein Sohn, frei bleiben, so lerne was Rechtes, und halte dich genuegsam und nie blicke nach oben hinauf. — 3. Latein 4 St. *Lentz.* 2. St. Syntax: Die Lehre von den temporibus und modis; wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. 2 St. Lectuere. *Der Director.* Caesar de bello gallico von liber I. Cap. 20 bis liber IV.

Cap. 8. 4. Französisch 4 St. Bis Neujahr *Marburg*, von da ab *Moll*. Die Syntax nach Knebel, Artikel, Gebrauch der Casuszeichen, Adjectiv, Zeitwort bis zum Gebrauch der Participien. Mündliches Uebersetzen in's Französische; abwechselnd wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. Gelesen: histoire de Napoléon par Ségur libr. IV., V. u. VI. 5. Englisch 3 St. Bis Neujahr *Marburg*, von da ab *Moll*. Wiederholung des Pensums der Tertia; Syntax, Subject, Prädicat, Construction der Satztheile; die Ergänzung des Prädicates; mündliches Uebersetzen in's Englische, verbunden mit Vocabellernen. Exercitia und Extemporalia wöchentlich abwechselnd. Gelesen wurde: Tales of the Alhambra by Washington Irving, The Alhambra by moonlight, Inhabitants of the Alhambra, The Court of Lions Boabdil of Chico, Mementos of Boabdil, The Balcony, The Adventure of the Mason, A Ramble, Among the Hills. 6. Mathematik 5 St. *Krusemarck*. 1 St. Logarithmisches Rechnen, Repetition der in den vorhergehenden Classen erlernten Rechnungsarten. Algebra 2 St.: Gleichungen ersten und zweiten Grades mit einer und mehreren Unbekannten, theils im Ansatz, theils in erzählender Form; Progressionen, Zinses-Zins und Renten-Rechnung; Geometrie 2 St.: Repetition der ebenen Trigonometrie und Anwendung derselben zur Lösung von Aufgaben aus der praktischen Geometrie; Stereometrie bis zur Lehre von den körperlichen Ecken. 7. Naturbeschreibung 2 St. *Röhl*. Im Winter Mineralogie und Krystallographie, Beschreibung und Untersuchung der wichtigsten einfachen und zusammengesetzten Mineralien. 8. Physik 2 St. *Röhl*. Die mechanischen Eigenschaften luftförmiger Körper; darauf die Lehre von der Electricität und vom Galvanismus. 9. Chemie 2 St. *Röhl*. Einleitung über die chemischen Eigenschaften der Körper ueberhaupt; darauf wurden die Metalloide und die Alkalimetalle, sowie deren wichtigste Verbindungen behandelt und durch einfache Versuche zur Anschauung gebracht. 10. Geographie 1 St. *Cuno*. Die aussereuropäischen Erdtheile nach Roon's Leitfaden Cursus I. und III.; Australien und Amerika auch nach Cursus II. 11. Gechichte 2 St. *Cuno*. Römische Geschichte von den Grachen bis zum Untergange des weströmischen Reiches; Geschichte des Mittelalters bis zum Beginn der Kreuzzuege. 12. 5 St. Technische Fertigkeiten.

Prima, zweijähriger Cursus.

32 St. w. Ordinarius Lentz.

1. Religion 2 St. *Der Director*. Lectuere des Römerbriefes, wobei auf die Unterscheidungslehren der christlichen Haupt-Kirchen eingegangen, wo sich Veranlassung darbot, auf den lutherischen Katechismus und die Augsburgische Confession hingewiesen und schlieslich das Wesen des Glaubens nach der Auffassung des Paulus, des Jacobus und des Verfassers des Hebräer-Briefes erläutert und eingehend besprochen wurde. 2. Deutsch 3 St. *Der Director*. Lecture einer Anzahl Klopstock'scher Oden nach einer kurzen Biographie des Dichters. Hierauf Lectüre der Iphigenie von Göthe. Voraus ging ein Ueberblick der Geschichte des Tantalischen Hauses. — Uebungen im Definiren, Disponiren, Besprechung synonymischer Ausdrücke. Aufsätze. Themata: 1) Willst du erndten, so musst du auch säen. 2) Ueber das Lesen, in specie a) Wann schadet es? b) Was soll man nur lesen? c) Wie soll man lesen? 3) Ein frei gewähltes Thema. 4) Woran der Abend vor Neujahr erinnert? 5) Was verleiht den Wohlthaten

ihren wahren Werth? 6) Wer ist mehr zu bemitleiden, der Blinde oder der Taube? 7) Wie hat man das Sprüchwort zu verstehen? Jugend hat keine Tugend. 8) Das Leben ist kein Traum. 9) Wer ist ein Gebildeter? 10) Schriftliche Darstellungen des Inhaltes der einzelnen Aufzuege und Auftritte von Göthe's Iphigenie. 3. Latein 3 St. *Lentz.* Sallustii bellum Catilinarium; Ciceronis orationes Catilinariae liber I.—III.; Virgilii Aeneidos I.—III.; einige ausgewählte Oden des Horaz. 4. Französisch 4 St. Bis Neujahr *Marburg*, von da ab *Moll.* Wiederholung der ganzen Syntax; mündliches Uebersetzen in's Französische; alle 14 Tage ein Exercitium oder Aufsatz; Extemporalia. Gelesen wurden aus Herrigs la France Littéraire die Abschnitte von Racine, Molière, Regnard, Boileau, La Fontaine, Montesquieu, Mme. de Staël und zum Theil Lamartine. An die Lectuere knüpften sich regelmässige Uebungen in der Conversation. 5. Englisch 3 St. Bis Neujahr *Marburg*, von da ab *Moll.* Wiederholung der ganzen Syntax; mündliches Uebersetzen in's Englische, alle 14 Tage ein Exercitium oder Aufsatz, Extemporalia. Gelesen wurden aus Herrigs Classical Authors: King Richard II. von Shakspeare, sowie die Abschnitte von Robertson, Chesterfield und zum Theil Walter Scott; regelmässige Uebung im mündlichen Ausdruck. 6. Mathematik 5 St. *Krusemarck.* Algebra 2 St.: Wiederkehrende Reihen, Binomial-, Exponential-, logarithmische und trigonometrische Reihen, Convergenz der Reihen. Zerlegung ganzer Functionen in Wurzelfactoren und rational gebrochener Functionen in Partialbrüche. Die Newton'sche und Bernoulli'sche Methode zur annähernden Auflösung numerischer Gleichungen. Geometrie 2 St.: Stereometrie, Kegelschnitte, analytische Geometrie, Repetition der sphärischen Trigonometrie. Mechanik 1 St.: Die Lehre von der Composition und Decomposition der Kräfte und Kräftepaare; von den Momenten, gleichmässige und gleichmässig beschleunigte Bewegung; analytische Begründung der Pendelgesetze und der Wellenbewegung im Allgemeinen. 7. Physik 3 St. *Röhl.* Die Lehre vom Lichte und von der Wärme wurden durchgenommen und durch Versuche erläutert; ausserdem wurden verschiedene Uebungs-Aufgaben gelöst. 8. Chemie 3 St. *Röhl.* Die Erdmetalle und Schwermetalle wurden durchgenommen, durch Versuche das Vorgetragene verdeutlicht, zuletzt wurden noch einige wichtigere Abschnitte aus der organischen Chemie behandelt. 9. Geographie 1 St. *Cuno.* Wiederholung des ganzen geographischen Cursus; weitere Ausführung der Beschreibung von Europa nach Roon's Leitfaden Cursus II. 10. Geschichte 3 St. *Cuno.* Alte Geschichte, von den Grachen bis zum Untergange des weströmischen Reiches; Geschichte des Mittelalters bis zum Ende der Kreuzzüge. 11. Technische Fertigkeiten 5 St.

Technische Fertigkeiten.

1. Schreiben 7 St. w. *Laury* in Sexta, Quinta und Quarta: Die deutsche und englische Currentschrift, theils nach erläuterten Mustern des Lehrers, theils nach Vorschriften von Herzsprung, Uebung im Taktschreiben.

2. Zeichnen in Sexta 2 St. w. nach regelmässigen hölzernen Körpern. In Quinta 2 St.: Kleine menschliche Köpfe im Umriss. In Quarta 2 St.: Grössere Landschaften und menschliche Köpfe mit Schattirung. Tertia 2 St.: Projectionszeichnen. Secunda 2 St. Schatten-Construction und Perspective. Prima 3 St.: Zeichnen nach der Natur und Zeichnen menschlicher Körper. *Laury.*

3. Singen. Die Schueler der Realschule sind in drei Singklassen getheilt, von denen jede wöchentlich 2 St. unterrichtet wird. In der 3. Singklasse Kenntniss der Noten und der übrigen musikalischen Zeichen, Bildung der Durtonleiter, Uebung derselben und der leichteren Intervalle; einstimmige Lieder und Choräle. In der zweiten Sing-Classe Bildung der Molltonleiter, Einuebung der liturgischen Chöre, der schwereren Choräle und zwei- bis vierstimmiger Lieder aus Erk's Sängerhain. Heft I. Die erste Classe sang aus Erk's Sängerhain 2. und 3. Heft verschiedene Chöre und zuletzt Psalm 42 von Felix Mendelssohn-Bartholdy für Chor, Solo und Begleitung. *Völkerling.*

4. Turnen 4 St. w. Die Schueler der Realschule turnen in zwei Abtheilungen abwechselnd an den schulfreien Nachmittagen, seit Ostern cr. unter Leitung des auf der Königlichen Central-Turn-Anstalt zu Berlin ausgebildeten Seminarlehrers *Konsalik.*

Von den beiden **Vorbereitungs-Classen** der Realschule hat die untere 22 St. wöchentlich, nämlich 4 Religions-, 6 Deutsche-, 6 Rechnen- und 6 Schreibe-Stunden; — die obere 26 St. w., nämlich 4 Religions-, 10 Deutsche, 6 Rechnen- und 6 Schreibe-Stunden.

Verordnungen der vorgesetzten Behörden,

welche der Realschule im Laufe des verflossenen Schuljahres zugegangen sind.

1. Von der Königl. Regierung unter dem 1. November pr. Abschrift einer Verfügung an den Magistrat, worin demselben eröffnet wird, dass der Herr Minister nicht abgeneigt sei, die von dem Königl. Provinzial-Schul-Collegium befürwortete Aufnahme der hiesigen Realschule unter die Realschulen erster Ordnung jetzt eintreten zu lassen, sofern in den äussern Verhältnissen des Lehrer-Collegiums kein Hinderniss dagegen liege.
2. Von der Königl. Regierung unter dem 25. November und unter dem 27. December v. J. Die Aufforderung zur Mittheilung an die Progymnasien zu Schrimm und Wernigerode, welche dem Verbande der höhern Schulen zum Behufe des Programm-Austausches beigetreten sind, jährlich zwei Exemplare des Programmes der hiesigen Realschule mehr als bisher an das Königl. Provinzial-Schul-Collegium zu Königsberg einzusenden.
3. Die Königl. Regierung übersendet unter dem 11. Januar cr. der Realschule die Verhandlungen über die zu Michaelis pr. stattgehabte Entlassungs-Prüfung nebst der Abschrift des von der Königl. wissenschaftlichen Prüfungs-Commission über den Ausfall dieser Prüfung abgegebenen Gutachtens.
4. Von der Königl. Regierung unter dem 12. Februar cr. Abschrift des Ministerial-Erlasses vom 3. Februar, betreffend die von den Schulen zu veranstaltende Feier des 17. März.
5. Von der Königl. Regierung unter dem 17. Februar cr. Abschrift einer Verfügung an den Magistrat, betreffend die beabsichtigte Anstellung der Schulamts-Candidaten Backe und Moll.

6. Abschrift eines Ministerial-Erlasses vom 26. März, worin auf den ermässigten Preis des von dem Professor K. H. Herrmann herausgegebenen Werkes „Geschichte des deutschen Volkes in 15 Bildern“ aufmerksam gemacht wird.
7. Unter dem 30. März erhält die Schule einen Abdruck der Urkunde über die Errichtung des Denkmals Sr. Majestät Friedrich Wilhelm III. zur Aufbewahrung in dem Archive der Schule.
8. Unter dem 6. Mai erhält die Schule ein Exemplar des Werkes „die Gründung der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin von Rudolf Köpke“ als ein Geschenk des Herrn Ministers der geistlichen etc. Angelegenheiten für die Bibliothek der Anstalt.
9. Ferner am 27. Juni cr. Abschrift eines Ministerial-Erlasses vom 20. Juni, wodurch genehmigt wird, dass die Schulamts-Candidaten Backe und Moll bis zur Ablegung der Pruefung pro facultate docendi an der hiesigen Schule als Hülfslehrer beschäftigt werden.
10. Endlich unter dem 20. August cr. Abschrift eines Ministerial-Erlasses vom 11. August cr., wonach Post-Eleven nur auf Grund eines Maturitäts-Zeugnisses von einem Gymnasium oder einer Realschule erster Ordnung angenommen werden.

Chronik der Realschule.

Nachdem am 8. October pr. Vormittags die Pruefung der zum Eintritt in die Realschule und deren Vorbereitungs-Classen angemeldeten Schüler stattgefunden, begann der Unterricht in dem nun vollendeten Jahres-Cursus am 9. October Vormittag 8 Uhr. Erhebliche Störungen desselben durch Erkrankungen von Lehrern sind in dem verwichenen Jahre nicht vorgekommen. Auch unter unsern Schuelern ist ein hervortretendes Ausbleiben wegen Krankheit nicht bemerkbar gewesen.

Im December pr. schied der ordentliche Lehrer Hugo Marburg, nachdem er zwei Jahre hindurch als Lehrer der neuern Sprachen an der hiesigen Schule mit Eifer und erfreulichem Erfolge gewirkt, aus unserm Lehrer-Kreise, um mit dem neuen Jahre die ihm übertragene gleiche Stelle an der Realschule zu Stettin anzutreten. Für die durch diesen Abgang vacant gewordene Stelle wählte der Patron der hiesigen Schulen nach Anhörung eines sehr empfehlenden Probe-Unterrichts den Schulamts-Candidaten Franz Carl Theodor Moll aus Lennep im Regierungs-Bezirk Düsseldorf. Derselbe ist vorgebildet auf den Gymnasien zu Cöln und Namur, war nach Vollendung seiner philologischen Studien zu Lüttig und Brüssel einige Jahre Begleiter eines jungen Grafen auf dessen Reisen durch England und demnächst in einigen Privatlehrer-Stellungen thätig. Mit Genehmigung der vorgesetzten hohen Behörden wurde der Candidat Moll hierauf unter Auferlegung der Bedingung, die gesetzliche Pruefung pro facultate docendi möglichst bald zu absolviren, als Lehrer der neuern Sprachen an der hiesigen Schule provisorisch angestellt und im Januar cr. als solcher introducirt.

Am 15. Februar cr. fand zur Gedächtnissfeier des an diesem Tage abgeschlossenen Friedens zu Hubertsburg ein Schulact mit den obern und mittlern Classen der Anstalt statt. — Der Lehrer Cuno hatte uebernommen, die geschichtlichen Ursachen dieser Feier uebersichtlich darzustellen und zu erläutern. Im Contexte seines Vortrages machte er im

Besondern darauf aufmerksam, wie zu den verschiedensten Zeiten auf dem brandenburgisch-preussischen Staate Deutschlands Erhaltung beruht hat, wie unsere Eroberungen, weit mehr durch den deutschen Pflug und die deutsche Bildung, als durch das deutsche Schwert gemacht, für alle Zeiten der deutschen Nation erworben sind, während die glänzenden Thaten der Hohenstaufen keine Spuren zurückgelassen haben. Er hob hervor, nachdem er an die Thaten Friedrichs des Grossen erinnert hatte, wie gegen das Ende des Krieges, als die Kraft des Helden erschöpft schien, Gott durch seine Fügungen Erhaltung und Sieg brachte.

Die Feier am 17. März cr., an welchem vor 50 Jahren des hochseligen Königs Majestät Friedrich Wilhelm III. den denkwürdigen Aufruf „An mein Volk" erliess, fand in einem geräumigen Saale des hiesigen Logenhauses unter Theilnahme einer Deputation des Magistrates und der Stadtverordneten, sowie sämmtlicher Lehrer und der sechs Classen der Realschule bei zahlreicher Betheiligung des Schulpublicums statt. Eröffnet wurde die Feier durch Absingung des Chors von Peter Ritter „Grosser Gott, Dich loben wir." Es erschien angemessen, zunächst in einer geschichtlichen Einleitung die Schicksale unseres Vaterlandes, sowie die Begebenheiten, welche die ausgesprochene entscheidende Entschliessung des Königs, — den Mittelpunkt dieser Feier, — herbeiführten, in einer übersichtlichen Darstellung der Festversammlung zu vergegenwärtigen. Der Lehrer Cuno erklärte sich auf den Wunsch des Directors hierzu bereit und wies vorzugsweise darauf hin, wie ein in der Knechtschaft fast verkommenes Nachbarvolk das Werk der Befreiung nicht damit begonnen, sich durch Religion und Bildung innerlich zu befreien, sondern mit der Zerstörung des Staates und, soweit es möglich war, der Religion; — wie es so anheimfiel einem Despotismus, dessen Möglichkeit schon Schaam und Schauder zu erwecken fähig ist; — wie Napoleon, der Erbe des revolutionären Despotismus, unser Vaterland geknechtet — und wie es mit Gottes Hülfe befreit worden durch den vor Ihm gefassten segensvollen Entschluss des Königs, im innigsten Einverständniss mit seinem ihm in Noth und Tod getreuen Volke einen ehrenvollen Frieden zu erkämpfen oder ruhmvoll unterzugehen, „weil ehrlos der Deutsche und der Preusse nicht zu leben vermag." Indem unser König Wilhelm I. uns nun aufgefordert, die Feier jenes Tages mit Ihm zu begehen, hat er uns an den Eid mahnen wollen, den unsere Väter vor 50 Jahren geleistet, wir sind Seinem Rufe gefolgt und geloben in dieser feierlichen Stunde feierlichst, was sie gelobt und gehalten haben.

Die hierauf folgende Rede des Directors behandelte die Frage: Welche Mahnungen ergehen im Besondern an des Vaterlandes Jugend aus dem grossen Ereigniss, dessen Gedenkfeier uns heute vereinigt. 1. Die Mahnung an die Jugend, in den Jahren der Aussaat eine gediegene Geistes- und Herzensbildung zu erstreben, — denn nur ein Volk, dem diese beiden hohen Güter eigen, könne mit der Begeisterung unserer Väter in einen gerechten Krieg eintreten, mit ihrem Muthe kämpfen, mit der von ihnen bewiesenen Ausdauer den Sieg erringen. 2. Die Mahnung, auch die Hülle, das Rüstzeug des innern Lebens, — den Leib zum Waffendienste zu erkräftigen, damit sie, wenn der König einmal wieder rufe, der Ehre und des Ruhmes theilhaftig werden könne, des Vaterlandes Hort nach aussenhin zu sein. 3. Die Mahnung, die angeführten pflichtmässigen Bestrebungen durch den Geist unseres religiösen Glaubens zu läutern, zu weihen und zu heiligen,

— denn nur in dem Grund und Boden dieses unseres Glaubens wurzeln, wachsen und reifen die Thaten, welche, wie die unserer Väter, (mit Gott für König und Vaterland) des nie versiegenden Dankes der Nachwelt würdig sind.

Zwischen den beiden Reden wurden patriotische Gedichte und Gesänge gleichen Inhaltes von den Schülern vorgetragen; den Schluss machte der Choral „Nun danket alle Gott.“

Am Sonntage Jubilate betheiligte sich die Realschule mit sämmtlichen evangelischen Schulen der Stadt an der gottesdienstlichen Feier dieses patriotischen Festes.

Die Michaelis-Ferien begannen im verwichenen Jahre am 2. October und dauerten bis zum 9. October. Weihnachten wurde, da der heilige Abend auf einen Mittwoch fiel, der Unterricht am Dienstag vor dem Feste, also am 23. December, bis zum 8. Januar geschlossen. Der Unterricht im Winter-Semester wurde am Mittwoch nach Palmarum beendet und am Donnerstage nach Quasimodogeniti wieder angefangen. Die Pfingstferien fielen in die Tage vom 23. bis zum 28. Mai, die Sommerferien in die Wochen vom 9. Juli bis zum 8. August cr.

Ausserdem fiel der Unterricht aus: am Krönungstage, den 18. Januar, bei der Feier zum Andenken an den 1763 zu Hubertsburg geschlossenen Frieden am 15. Februar, bei der Jubelfeier zum Andenken an die Veröffentlichung des von Sr. Majestät dem Könige Friedrich Wilhelm III. am 17. März vor 50 Jahren an Sein Volk gerichteten Erlasses, sowie an den ersten Tagen der jährlich hier stattfindenden vier Jahrmärkte.

Uebersicht

der für jeden Unterrichts-Gegenstand bestimmten Lehrstunden.

Fächer.	Classen und Stunden.						
	VI.	V.	IV.	III.	II.	I.	Summa.
Religion	3	3	2	2	2	2	14
Deutsch	4	4	3	3	3	3	20
Latein	8	6	6	5	4	3	32
Französisch		5	5	4	4	4	22
Englisch				4	3	3	10
Geographie u. Geschichte	3	3	4	4	3	3	20
Naturwissenschaft		2	2	2	6	6	18
Mathematik u. Rechnen	5	4	6	6	5	5	31
Schreiben	3	2	2				7
Zeichnen	2	2	2	2	2	3	13
	18	31	32	32	32	32	187
Singen	in den drei Singklassen 6 St. w. ausser der Schulzeit.						

Vertheilung der Stunden unter die Lehrer.

No.	Lehrer.	Ord.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Summa.
1	Director Jacobi		2 Religion 3 Deutsch	2 Religion 2 Latein	2 Religion				11
2	Oberlehrer Dr. Lentz	I.	3 Latein	3 Deutsch 2 Latein	5 Latein	6 Latein			19
3	Oberlehrer Röhl	II.	6 Naturwissenschaft	6 Naturwissenschaft	2 Naturwissenschaft	2 Naturwissenschaft	2 Naturwissenschaft		18
4	Ordentlicher Lehrer Krusemarck	III.	5 Mathematik	5 Mathematik	6 Mathematik	6 Mathematik			22
5	Ordentlicher Lehrer Cuno	IV.	3 Gescht. u. Geogr.	3 Gescht. u. Geogr.	4 Gescht. u. Geogr. 3 Deutsch	4 Gescht. u. Geogr. 5 Französ.			22
6	Wissenschaftl. Hülfslehrer Moll		4 Französ. 3 Englisch	4 Französ. 3 Englisch	4 Französ. 4 Englisch				22
7	Wissenschaftl. Hülfslehrer Backe	V.				2 Religion 3 Deutsch	6 Latein 5 Französ.	8 Latein	24
8	Ordentlicher Lehrer Herrmann	VI.					4 Deutsch 4 Rechnen	3 Religion 3 Gescht. u. Geogr.	14
9	Lehrer Stumpf						3 Religion 3 Gescht. u. Geogr.	4 Deutsch 5 Rechnen	15
10	Zeichnen- u. Schreiblehrer Laury		3 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen	2 Zeichnen 2 Schreib.	2 Zeichnen 2 Schreib.	2 Zeichnen 3 Schreib.	20
11	Gesanglehrer Völkerling		6 Stunden Gesangunterricht ausser der Schulzeit.						
								Summa	187

	Lehrer der I. Vorbereitungskl. Stumpf	In der I. Vorbereitungskl. ertheilen: Stumpf 10 St., Herrmann 10 St., Laury 6 St.	26
	Lehrer der II. Vorbereitungskl. Völkerling		22
		Summa	48

Uebersicht
der Frequenz der Realschule.

Classen.	Am Anfang des Cursus.	Aufgenommen.	Abgegangen.	Schlusszahl.
Prima	5			5
Secunda	14	—	6	8
Tertia	42	1	11	32
Quarta	54	—	4	50
Quinta	45	7	5	47
Sexta	44	10	6	48
	204	18	32	190

der Vorschule.

Obere Klasse	43	23	1	65
Untere Classe	16	26	16	26
	59	49	17	91

In der von dem Königl. Commissarius Herrn Regierungs-Rath Conditt auf den 19. September anberaumten Abiturienten-Prüfung erhielt der Primaner:

Rudolph Hermann Werner,

Sohn des verstorbenen Hofbesitzers Werner in Passwisko bei Graudenz, 24½ Jahr alt, evangelisch, 1¼ Jahr in Prima, das Zeugniss der Reife mit dem Prädicate „Gut bestanden." Er beabsichtigt, sich dem Steuerfache zu widmen.

Die bei der schriftlichen Prüfung bearbeiteten Themata und Aufgaben:

1. Im Deutschen: Jedes Alter hat seine Licht- und Schattenseiten.
2. Im Französischen: Ein Scriptum.
3. Im Englischen: Eine freie Arbeit über Charlemagne.
4. In der Mathematik: a. In der Algebra: In einer dreiclassigen Stadtschule zahlt jeder Schüler der ersten Classe monatlich soviel Schulgeld, wie ein Schüler der zweiten

und ein Schüler der dritten Classe zusammengenommen. Von der ersten Classe kommen im Ganzen monatlich 13 Thlr. 15 Sgr., von der zweiten 10 Thlr. 24 Sgr., von der dritten 9 Thlr. 6 Sgr. Schulgeld ein. Wenn nun die Schülerzahl der zweiten Classe um 9 Köpfe, die der dritten um 19 Köpfe grösser ist, als die der ersten, wieviel Schüler sitzen in jeder Classe und wieviel Schulgeld zahlt jeder monatlich. b. In der Planimetrie: Die vier Ecken eines gegebenen Quadrats so abzuschneiden, dass ein regelmässiges Achteck übrig bleibt. c. In der Trigonometrie: Von einem Dreiecke kennt man den Winkel $\alpha = 106^\circ\ 18'\ 27''$ und die beiden Abschnitte $a' = 425{,}302$; $a'' = 291{,}57$, in welche die von der Spitze des Winkels α gefällte Höhe die Grundlinie a theilt; — man soll die übrigen Stücke berechnen. d. Jn der Stereometrie: Die Höhe eines schiefen Kegels, der Radius r seines Grundkreises und der Neigungs-Winkel seiner Axe gegen die Ebene des Grundkreises sind gegeben; man sucht den Radius desjenigen Parallelschnittes, durch welchen das Volumen des Kegels halbirt wird.

5. In der Physik und Chemie: a. In der Mechanik: An einem materiellen Hebel AC, welcher sich um den Endpunkt C dreht, soll in der Entfernung $CB = a$ eine auf den Hebel wirkende Last q angebracht werden. Wie lang wird der Hebel sein müssen, damit eine am Ende desselben gegen ihn senkrechte Kraft p mit der Last q und dem Gewichte des Hebels im Gleichgewicht stehe? b. In der Wärmelehre: Ein erhitztes Stück Eisen von 2 Pfd. werde in ein 8 Pfd. Wasser von 10° C. enthaltendes Kupfergefäss von 5 Pfd. getaucht und bringe darin eine Temperatur-Erhöhung von 4° C. hervor. Wie gross war die Temperatur des Eisens beim Eintauchen, wenn dessen specifische Wärme gleich 0,11 und die des Kupfers gleich 0,09 angenommen wird. c. In der Chemie: Wie viel krystallisirtes Bittersalz wird man aus 1 Centner Magnesit erhalten, wenn dieser nur 97% $\dot{M}g\ \ddot{C}$ enthält, und wie viel Schwefelsäurehydrat von 1,84 specifischem Gewichte ist dazu nöthig?

Lehrmittel.

Für den naturwissenschaftlichen Unterricht wurde angeschafft: 1. Ein Schwefelwasserstoff-Entwickelungs-Apparat nach Kipp. 2. Ein Diamant zum Glasschneiden. 3. Ein Gasometer von Zink, nach Pepys. 4. Eine Härtescala. 5. Ein Löthrohrreagentienkasten. 6. Ein Anorthoscop. 7. Ein Stossheber von Glas. 8. Diverse Glasgeräthe, wie Abdampfschalen, Bechergläser, Gasentbindungsflaschen, Kochflaschen etc.

Für die Schul-Bibliothek sind im verwichenen Jahre nur angeschafft worden: 1. Irving, Alhambra tales. 2. Gross und Otto, vaterländisches Ehrenbuch. 3. Die Chronik der evangelischen Gemeinde zu Graudenz. Als Fortsetzungen: 1. Die Geschichte Friedrichs II. von Preussen von Th. Carlyle B. III., 1. und 2. 2. Thiers, Geschichte des Consulates und des Kaiserreichs B. 22. 3. Kolb, Atlas der Naturgeschichte Lief. 9. 4. Kopp und Liebig, Jahresbericht. 4. Scriptores Rerum Prussicarum von Dr. Theodor Hirsch, Dr. Max Töppen und Dr. Ernst Strehlke II. B. 5. Grimms Deutsches Wörterbuch bis zum Schluss des dritten Bandes. 6. Die Zeitschrift für Gymnasialwesen

von Dr. Hollenberg etc. 7. Das Centralblatt für die gesammte Unterrichts-Verwaltung von Stiehl.

Von dem Königl. Provinzial-Schul-Collegium wurden der Schule die Programme der meisten preussischen Gymnasien, Progymnasien und Realschulen zugefertigt.

An Geschenken erhielt die Schule: 1. Von der Verlags-Buchhandlung von Ferd. Hirt in Breslau — a. S. Schillings Grundriss der Naturgeschichte. Achte Bearbeitung I. u. II. Theil in duplo; b. Atlas der Naturgeschichte. Die ersten Lieferungen vom Thier- und vom Pflanzenreich. 2. Von der Buchhandlung Vieweg und Sohn in Braunschweig — die Kegelschnitte von Dr. Beyssel. 3. Von der Verlags-Buchhandlung Oswald Seehagen in Berlin — Preussen unter den Regenten aus dem Hause Hohenzollern, eine Tabelle zum Gebrauch beim Unterricht in der vaterländischen Geschichte von Freudenfeld und Pfeffer. 4. Von der Luederitz'schen Verlags-Buchhandlung in Berlin — den geographischen Leitfaden für Elementar-Classen vom Professor Dr. G. A. von Klöden. 5. Von der Verlags-Buchhandlung F. A. Herbig in Berlin — die lateinische Vorschule, erster Cursus von Dr. C. Plötz. 6. Von Ferd. Dümmler's Verlags-Buchhandlung — den Grundriss der alten Geschichte vom Professor Dr. Voigt. 7. Von dem Herrn Director W. Brennecke in Posen, dessen practisches Rechenbuch. 8. Von C. J. Klemann's Verlags-Buchhandlung in Berlin — Geschichtstabellen für höhere Lehranstalten von Dr. W. Pierson. 9. Von der Verlags-Buchhandlung Vieweg und Sohn — den Messknecht und sein Praktikum von Pressler. 10. Von J. Guttentag's Verlags-Handlung zu Berlin — Dr. Ferd. Hermes, Unsere Muttersprache in ihren Grundzügen.

Für diese uns zugegangenen willkommenen Gaben sage ich den wohlwollenden Gebern Namens der Schule hiermit den ergebensten Dank.

Ordnung der öffentlichen Prüfung.

Dienstag, den 6. October 1863.

Vormittags von 8 Uhr ab.

Quarta: *Lentz* Latein.
Cuno Geschichte.
Tertia: *Moll* Englisch.
Krusemarck Geometrie.
Secunda: *Röhl* Physik.
Moll Französisch.
Prima: *Jacobi* Deutsch.
Krusemarck Algebra.

Nachmittags von 2 Uhr ab.

Die 2. Vorbereitungs-Klasse:
Völkerling Religion und Rechnen.
Die 1. Vorbereitungs-Classe:
Stumpf Deutsch.
Herrmann Rechnen.
Sexta: *Backe* Latein.
Herrmann Religion.
Quinta: *Backe* Französisch.
Stumpf Geographie.

Entlassung des Abiturienten.
Schluss-Gesang.

Mittwoch den 7. October erhalten die Schüler aller Classen ihre Censuren. Unmittelbar darauf werden den Zöglingen der Schule, die sich im verwichenen Cursus durch Fleiss und gute Führung hervorgethan, die ihnen von der Lehrerconferenz zuerkannten Prämien aus der Schelske-Stiftung übergeben.

Der Unterricht im Wintercursus beginnt den 15 October Vormittags 8 Uhr.

Die Prüfung und Aufnahme neuer Schüler findet am 14. October Vormittags von 9 Uhr ab statt.

Graudenz, am 28. September 1863.

Jacobi, Director.